Тип работы: Статья

Предмет: Геометрия

Содержание

Введение

Геометрия представляет собой специфический предмет, так как для того, чтобы решать задачи, недостаточно знать содержание теорем, необходимо увидеть и сообразить, какими именно теоремами можно воспользоваться для решения той или иной задачи [2]. Соотнесение теоремам планиметрии их пространственных аналогов стимулирует критическое мышление в данном направлении, в связи с чем, настоящее исследование действительно актуально.

Психологические исследования последних лет, посвященные изучению закономерностей развития различных видов мышления, способствующих развитию творческого потенциала личности, отмечают важную роль геометрии, как предмета, помогающего сформировать пространственное мышление - важный компонент системы способностей человека ориентироваться в окружающем мире. Программа изучения геометрии должна предусматривать плавный переход от изучения планиметрических объектов к стереомерическим, т. к. учащиеся не видят аналогов планиметрических объектов в пространстве и не могут адекватно применять теорию плоских фигур при решении стереометрических задач.

Тем не менее в настоящее время школьная программа не уделяет достаточного внимания изучению данного предмета, что, в частности, послужило основанием пересмотра существующих концепций обучения геометрии.

Цель исследования - на основе имеющихся теорем планиметрии вывести и доказать их пространственные аналоги (на примере треугольника и тетраэдра).

Для достижения поставленной цели были сформулированы следующие задачи:

1. Определение треугольника и тетраэдра как геометрических аналогов.
2. Формулировка и доказательство пространственных аналогов признаков равенства треугольников.
3. Определение пространственного аналога биссектрисы (медианы) треугольника, формулировка и доказательство пространственных аналогов свойств биссектрисы (медианы) в тетраэдре.
4. Определение пространственного аналога прямоугольного треугольника, формулировка и доказательство пространственного аналога теоремы Пифагора.
6. Формулировка и доказательство пространственного аналога теоремы косинусов.
7. Вписанная (описанная) окружность и ее пространственный аналог.

Структура работы состоит из введения, ? параграфов, заключения и библиографического списка.

1. Определение треугольника и тетраэдра как геометрических аналогов.

В книге «Математика в понятиях, терминах и определениях. Ч. 1» дается следующее определение умозаключения по аналогии: умозаключение по аналогии – это попытка получить новые знания об

изученных свойствах, признаках, отношениях данных предметов на основе знаний об их частичном сходстве [1, С.27].
Метод аналогии является одним из самых распространенных методов научного исследования.
Использование метода аналогии дает возможность более легкого и прочного усвоения школьниками учебного материала, так как обеспечивает мысленный перенос к определенной системе знаний и умений от известного объекта к неизвестному.
Так, ученик, изучая треугольник, знакомится с понятием стороны треугольника, а переходя к тетраэдру – с понятием грани. Понимание того, что ребра и грани – это аналоги стороны, облегчают его усвоение нового стереометрического материала.
Метод аналогий позволяет ученикам понять, что: сторона треугольника – аналогия грани тетраэдра, длина стороны – аналогия площади грани, вписанная окружность – аналогия вписанной сферы, описанная окружность – аналогия описанной сферы, площадь – аналогия объема, биссектриса угла – аналогия биссектора двугранного угла и т. п.Иногда удобно рассматривать три пары противоположных ребер, соединяющих дополнительные пары вершин, и связывать с каждой вершиной противоположную сторону, образованную тремя оставшимися вершинами, и наоборот.

2. Формулировка и доказательство пространственных аналогов признаков равенства треугольников
Тетраэдр (tetrahedron) — это пространственная фигура, образованная четырьмя некомпланарными точками, называемыми вершинами. Термин имеет греческое происхождение («тетра» означает «четыре» и «гедра» означает «сиденье») и относится к его четырем плоским граням или сторонам. Как подразумевается в определении, обычная среда для изучения тетраэдра - это евклидово пространство трех измерений. Здесь это выпуклое тело (треугольная пирамида), выпуклая оболочка его вершин, а, значит, естественный трехмерный аналог плоского треугольника, который определяется тремя неколлинеарными точками. Фактически, как будет показано ниже, геометрия треугольника составляет основу, на которой строится большая часть геометрии тетраэдра. Первое систематическое рассмотрение тетраэдра было опубликовано Ж.Л. Лагранжем в 1773 году [15].

1. Горбачева, Н.В. Метод аналогии как средство развития творческого
мышления учащихся при обучении их элементам сферической геометрии: дис. канд. пед. наук: 13.00.02 / Горбачева Наталья Владимировна. – М., 2001.
– 213 с.
2. Математика в понятиях, определениях и терминах: В 2 ч. Ч. 1: пособие для учителей / Под ред. Л.В. Сабинина. – М. : Просвещение, 1978. – 320 с.
3. Основные теоремы планиметрии [Электронный ресурс]
https://734.school/images/Documents/Kafedra/Osnovnie-teoremi-planemetrii.pdf
4. Egger T., Fritsch R., Seebach K., "Zum Winkelsummensatz für Tetraeder" Didaktik der Math. , 11 (1983) pp. 14–35
5. Faulhaber J., "Miracula Arithmetica" , David Franck (1622)
6. Fiedler M., "Geometrie simplexu v " Časopis Pěst. Mat. , 79 (1954) pp. 297–320
7. Fritsch R., "Höhenschnittpunkte für -Simplizes" Elem. Math. , 31 (1995) pp. 1–8
8. Fritsch R., "Dreiecksungleichungen für Tetraeder" Der mathem. und naturwissenschaftl. Unterr. , 34 (1981) pp. 274–278
9. Fritsch R., "Kantenkugeln-geometrische Anwendungen der linearen Algebra" Math. Semesterber. , 32 (1985) pp. 84–109
10. Fritsch R., "Energietetraeder?" Mitteil. Math. Sem. Giessen (Coxeter Festschrift II) , 164 (1984) pp. 151–177
11. Fritsch R., "An -dimensional Bodenmiller theorem" Crux Mathematicorum , 21 (1995) pp. 109–113
12. Gerber L., "Spheres tangent to all the faces of a simplex" J. Combin. Th. , 12 (1972) pp. 453–456
13. [a10] L. Gerber, "The orthocentric simplex as an extreme simplex" Pacific J. Math. , 56 (1975) pp. 97–111
14. Gerretsen J.C.H., "An analogue of the nine-point circle in the space of dimensions" Indagationes Mathematicae , 7 (1945) pp. 123–124
15. Kupitz Y.S., Martini H., "The Fermat–Torricelli point and isosceles tetrahedra" J. Geom. , 49 (1994) pp. 150–162
16. Lagrange J.L., "Solutions analytiques de quelques problèmes sur le pyramides triangulaires" Nouveaux Mem. Acad. R. des Sci. et Belles-Lettres (1773) pp. 149–176
17. Mitrinović D.S., Pečaric J.E., Volenec V., "Recent advances in geometric inequalities" , Kluwer Acad. Publ. (1989)
18. Monge G., "Sur la pyramide triangulaire" Corresp. Ecole Imp. Polytechnique , 2/3 (1811) pp. 263–266

19. Steiner J., "Aufgaben und Lehrsätze" J. Reine Angew. Math. , 2 (1827) pp. 96–98