

Эта часть работы выложена в ознакомительных целях. Если вы хотите получить работу полностью, то приобретите ее воспользовавшись формой заказа на странице с готовой работой:

<https://stuservis.ru/nauchno-issledovatel'skaya-rabota/168020>

Тип работы: Научно-исследовательская работа

Предмет: Уравнения математической физики

Решение нелинейного уравнения $\Delta U + U^3 = 0$ методом теории возмущения

возмущения

В статье рассматривается решения нелинейного уравнения вида методом теории возмущения с использованием прямого разложения Пуанкаре. Решение уравнения записывается в виде асимптотического разложения типа Пуанкаре. При этом учитываются источники неравномерности типа бесконечной области, проявляющейся в наличие вековых членов, из за которых отношение последующего и предыдущего членов ряда не ограничено при стремлении к бесконечности.

Введение

Очень часто при решении физических задач разного типа приходится сталкиваться с нелинейными уравнениями градиентного типа, содержащих слагаемые высокого порядка. Обычно подобные уравнения не имеют универсального алгоритма решения. Общее решение нелинейных дифференциальных уравнений удается получить только в исключительных случаях [1-4], поскольку последние обнаруживают ряд существенных особенностей, которые не позволяют получить точнее аналитические решения. Даже в тех случаях, когда решение поставленной задачи найдено, оно может оказаться бесполезным с точки зрения физической интерпретации. В качестве примера можно привести функцию Бесселя высокого порядка при большом значении аргумента или двоякопериодические функции. Следовательно, для получения корректного решения задачи мы должны прибегнуть к аппроксимациям, численным методам или к сочетанию обоих методов.

Среди приближенных методов получения решения нелинейных дифференциальных уравнений одним из самых распространенных является метод возмущений. Один из вариантов метода возмущений является асимптотический метод. При использовании этого метода решение дифференциального уравнения представлено первыми членами асимптотического ряда. Разложение проводится по большому или малому параметру, который естественно присутствует в уравнениях или вводится искусственно. Такие разложения называют возмущения по параметрам. В случае, если разложение производится по координатам, то они называются возмущения по координатам.

Математическое представление многих физических задач, в которых имеется функция, может быть представлено в виде функции дифференциального уравнения вида:

(1)

с некоторым граничным условием, где - некоторая скалярная или векторная величина, а - параметр. Как было упомянуто выше, такая задача не имеет точного решения. Но, в случае, если существует, при котором задача имеет точное решение, то при малых значениях параметра решение можно представить в виде разложения по степеням:

(2)

где - решение задачи при, а не зависит от.

Далее это разложение подставляется в равенство (1) и граничное условие, разлагается по степеням.

Полученные уравнения группируются по коэффициентам при каждой степени параметра.

Поскольку указанные уравнения удовлетворяются для всех значений и последовательность степеней является линейно независимой, то и коэффициент при каждой степени обращается в нуль независимо. В результате, получаются простые уравнения относительно, которые последовательно решаются.

Асимптотическое разложение

Для представления функции можно использовать не только ряд, но и последовательность функций общего

вида при условии, что

(3)

Последовательность (3) называется асимптотической последовательностью. Определим асимптотическое разложение через асимптотическую последовательность. Заданная сумма, где не зависит от x , а является асимптотической последовательностью, называется асимптотическим разложением. Следовательно,

(4)

тогда и только тогда, когда

(5)

Таким образом, асимптотический ряд является частным случаем асимптотического разложения.

В качестве примера асимптотического разложения, не являющегося асимптотическим рядом, рассмотрим интеграл

(6)

1. Найфэ А.Х. Методы возмущения / А.Х. Найфэ. – М.: Мир. – 1976. – 454 с.
2. Чернышев А.Д. Метод быстрых разложений для решения нелинейных дифференциальных уравнений // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 2014. – Т. 54. – № 1. – С.13–24.
3. Дубровин Б.А. Тэта-функции и нелинейные уравнения // УМН. – 1981. – Т. 36. – вып. 2(218). – С. 11–80.
4. Коняев Ю.А. Об одном методе исследования некоторых задач теории возмущений // Матем. сб. – 1993. – Т. 184. – № 12. – С. 133–144.

Эта часть работы выложена в ознакомительных целях. Если вы хотите получить работу полностью, то приобретите ее воспользовавшись формой заказа на странице с готовой работой:

<https://stuservis.ru/nauchno-issledovatel'skaya-rabota/168020>