

Эта часть работы выложена в ознакомительных целях. Если вы хотите получить работу полностью, то приобретите ее воспользовавшись формой заказа на странице с готовой работой:

<https://stuservis.ru/kontrolnaya-rabota/316650>

Тип работы: Контрольная работа

Предмет: Математический анализ

-

РЕШЕНИЕ

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 7 \\ x_1 + 0x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 5 \\ 4x_1 + x_2 - x_3 + 0x_4 = 3 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 6 \end{cases}$$

1. Решение матричным способом.

Запишем систему уравнений в виде матричного равенства.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Откуда

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Обратную матрицу находим: приписыванием справа единичной матрицы, затем выполняем с полученной матрицей 4 x 8 элементарных преобразований, чтобы слева была единичная матрица. Тогда справа будет обратная матрица.

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

Прибавим к второй строке первую, умноженную на -1.
Прибавим к третьей строке первую, умноженную на -4.
Прибавим к четвертой строке первую, умноженную на -1.

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & -13 & -16 & -4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -4 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

Прибавим к первой строке четвертую, умноженную на 2.
Прибавим к второй строке четвертую, умноженную на -2.
Прибавим к третьей строке четвертую, умноженную на -7.

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & 0 & -5 & 2 & -1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 7 & 0 & 1 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 15 & -9 & 3 & 0 & 1 & -7 \\ 0 & -1 & -4 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

Прибавим к первой строке вторую, умноженную на 5/7
Прибавим к третьей строке вторую, умноженную на -15/7
Прибавим к четвертой строке вторую, умноженную на -15/7

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & 0 & 0 & 2 & -2/7 & 5/7 & 0 & 4/7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0\ 0\ 7\ 0\ 1\ 1\ 0\ -2 \\ 0\ 0\ 0\ -9\ 6/7\ -15/7\ 1\ -19/7 \\ 0\ -1\ 0\ -1\ -3/7\ 4/7\ 0\ -1/7 \end{array}$$

Прибавим к первой строке третью, умноженную на 2/9
 Умножим вторую строку на 1/7
 Умножим третью строку на -1/9
 Прибавим к четвертой строке третью, умноженную на -1/9

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 0\ 0\ -2/21\ 5/21\ 2/9\ -2/63 \\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1/7\ 1/7\ 0\ -2/7 \\ 0\ 0\ 0\ 1\ -2/21\ 5/21\ -1/9\ 19/63 \\ 0\ -1\ 0\ 0\ -11/21\ 17/21\ -1/9\ 10/63 \end{array}$$

Умножим четвертую строку на -1 и поставим ее второй.
 Вторую строку поставим третьей.
 Третью строку поставим четвертой.

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 0\ 0\ -2/21\ 5/21\ 2/9\ -2/63 \\ 0\ 1\ 0\ 0\ 11/21\ -17/21\ 1/9\ -10/63 \\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1/7\ 1/7\ 0\ -2/7 \\ 0\ 0\ 0\ 1\ -2/21\ 5/21\ -1/9\ 19/63 \end{array}$$

Слева получилась единичная матрица. Справа - обратная матрица.

РЕШЕНИЕ

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 = 6 \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12 \\ 4x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 6x_4 = 6 \end{array} \right\}$$

Метод Гаусса.

Прибавим к второй строке первую, умноженную на -2.
 Прибавим к третьей строке первую, умноженную на -4.
 Прибавим к четвертой строке первую, умноженную на -2.

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4 \\ 0x_1 - x_2 + x_3 - 4x_4 = -2 \\ 0x_1 - 3x_2 + x_3 + 0x_4 = -4 \\ 0x_1 - 2x_2 + 0x_3 + 4x_4 = -2 \end{array} \right\}$$

Прибавим к первой строке вторую, умноженную на 2.
 Прибавим к третьей строке вторую, умноженную на -3.
 Прибавим к четвертой строке вторую, умноженную на -2.

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x_1 + 0x_2 + x_3 - 7x_4 = 0 \\ 0x_1 - x_2 + x_3 - 4x_4 = -2 \\ 0x_1 + 0x_2 - 2x_3 + 12x_4 = 2 \\ 0x_1 + 0x_2 - 2x_3 + 12x_4 = 2 \end{array} \right\}$$

Третье уравнение тождественно четвертому, четвертое убираем.

Прибавим к первому уравнению третье, умноженное на 0,5.
 Прибавим к второму уравнению третье, умноженное на 0,5.
 Умножим третье уравнение на -0,5

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x_1 + 0x_2 + 0x_3 - x_4 = 1 \\ 0x_1 - x_2 + 0x_3 + 2x_4 = -1 \\ 0x_1 + 0x_2 + x_3 - 6x_4 = -1 \end{array} \right\}$$

Получаем общее решение системы уравнений:

$$\begin{array}{l} x_1 = 0,5x_4 + 0,5 \\ x_2 = 2x_4 + 1 \end{array}$$

$$x_3 = 6x_4 - 1$$

x_4 -свободная переменная.

Получаем базисное решение системы уравнений при $x_4 = 1$

$$x_1 = 1; x_2 = 3; x_3 = 5; x_4 = 1$$

Получаем частное решение системы уравнений при $x_4 = 0$

$$x_1 = 0,5; x_2 = 1; x_3 = -1; x_4 = 0$$

Проверка.

$$\{ \begin{array}{l} (2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4 \text{ - верно.} \\ (4x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 = 6 \text{ - верно.} \\ (8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12 \text{ - верно.} \\ (4x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 6x_4 = 6 \text{ - верно.} \end{array} \}$$

РЕШЕНИЕ

$$\{ \begin{array}{l} (x_1 + x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0 \\ (2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 - 2x_5 = 0 \\ (x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 - 5x_5 = 0 \end{array} \}$$

Метод Гаусса.

Прибавим к второй строке первую, умноженную на -2.

Прибавим к третьей строке первую, умноженную на -1.

$$\{ \begin{array}{l} (x_1 + x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0 \\ (0x_1 - x_2 - 4x_3 + x_4 + 0x_5 = 0 \\ (0x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 - 4x_5 = 0 \end{array} \}$$

Прибавим к первой строке вторую.

Прибавим к четвертой строке вторую.

$$\{ \begin{array}{l} (x_1 + 0x_2 - 3x_3 + 0x_4 - x_5 = 0 \\ (0x_1 - x_2 - 4x_3 + x_4 + 0x_5 = 0 \\ (0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0x_4 - 4x_5 = 0 \end{array} \}$$

$$x_5 = 0; x_1 = 3x_3; x_2 = -4x_3 + x_4$$

- общее решение системы.

x_3, x_4 -свободные переменные.

Фундаментальная система решений.

$$x_3 = 1; x_4 = 0; x_1 = 3; x_2 = -4; x_5 = 0$$

$$x_3 = 0; x_4 = 1; x_1 = 0; x_2 = 1; x_5 = 0$$

Ответ:

Общее решение системы:

$$x_1 = 3x_3; x_2 = -4x_3 + x_4; x_5 = 0$$

x_3, x_4 -свободные переменные.

Фундаментальная система решений.

$$x_1 = 3; x_2 = -4; x_3 = 1; x_4 = 0; x_5 = 0$$

$$x_1 = 0; x_2 = 1; x_3 = 0; x_4 = 1; x_5 = 0$$

Эта часть работы выложена в ознакомительных целях. Если вы хотите получить работу полностью, то приобретите ее воспользовавшись формой заказа на странице с готовой работой:

<https://stuservis.ru/kontrolnaya-rabota/316650>