

Эта часть работы выложена в ознакомительных целях. Если вы хотите получить работу полностью, то приобретите ее воспользовавшись формой заказа на странице с готовой работой:

<https://stuservis.ru/kontrolnaya-rabota/325428>

**Тип работы:** Контрольная работа

**Предмет:** Математическая статистика

-

Контрольная работа №2

Контрольная работа №2 состоит из двух заданий.

Перед выполнением задания 1 нужно изучить следующие вопросы:

Задачи математической статистики. Основные понятия математической статистики. Генеральная совокупность. Выборка. Выборочный метод статистики.

Группировка данных. Способы группировки. Статистический группированный ряд. Многоугольник распределения.

Гистограмма. Выдвижение гипотезы о виде распределения случайной величины в генеральной совокупности.

Оценивание параметров статистического распределения. Требования, предъявляемые к оценкам параметров: несмещенность, состоятельность, эффективность. Несмещенные и состоятельные оценки математического ожидания, дисперсии, среднего квадратического отклонения, начальных и центральных моментов, их вычисление по данным выборки и по данным статистического группированного ряда.

Асимметрия и эксцесс эмпирической кривой распределения, их оценки.

Статистическая гипотеза. Принцип проверки статистических гипотез. Критерий проверки, его критическое значение. Доверительная вероятность и уровень значимости. Число степеней свободы. Статистические гипотезы о законе распределения, об асимметрии и эксцессе, их проверка. Критерий Пирсона. Ошибки 1-го рода, ошибки 2-го рода.

Задача выравнивания статистических рядов и ее решение на основе метода моментов. Расчет теоретических (гипотетических) частот.

Задание 1. Вероятностно-статистический анализ материалов наблюдений (проверка согласия эмпирического распределения с нормальным)

Исходные данные: результаты измерений ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) некоторой случайной величины  $X$ , рассматриваемые как случайная выборка объема  $n$  из генеральной совокупности;  $n = 100$ .

Т а б л и ц а

П П р е д п о с л е д н я я ц и ф р а у ч е б н о г о ш и ф р а

П о с л е д н я я ц и ф р а у ч е б н о г о ш и ф р а 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

0 -0.09 0.15 0.41 0.80 -1.62 1.11 -0.76 -1.59 1.10 0.13 0.51

1 -0.75 1.37 -0.98 -0.40 -0.11 0.75 1.63 1.30 0.50 0.80 -1.90

2 0.18 -1.63 -1.34 1.01 0.43 -0.48 0.09 -0.37 1.28 0.64 0.73

3 0.25 -1.33 1.16 1.88 -1.22 1.24 1.47 -0.06 0.25 0.38 -1.54

4 0.51 0.45 0.79 -0.08 1.77 1.22 0.47 0.16 0.23 2.37 0.54

5 0.53 0.61 -1.14 -1.00 0.56 -0.12 -0.70 -0.44 -0.15 -0.06 1.27

6 -2.02 0.97 -1.33 0.43 0.26 -0.32 -1.46 -0.62 -1.21 0.51 0.29

7 -0.43 0.40 1.24 0.34 -0.12 0.03 1.18 -1.36 0.31 -0.12 -1.52

8 0.98 0.16 1.23 -1.42 -0.54 -0.28 0.92 0.47 0.07 0.65 -2.42

9 0.62 -0.29 0.60 -0.57 0.75 -0.54 -0.40 -0.53 0.87 -0.29 -1.05

10 1.31 0.38 -0.18 -0.43 2.12 -0.06 -0.51 0.28 0.12 -0.53 0.00

РЕШЕНИЕ

-0,09 0,15 0,41 0,80 -1,62 1,11 -1,59 1,10 0,13 0,51  
 -0,75 1,37 -0,98 -0,40 -0,11 0,75 1,30 0,50 0,80 -1,90  
 0,18 -1,63 -1,34 1,01 0,43 -0,48 -0,37 1,28 0,64 0,73  
 0,25 -1,33 1,16 1,88 -1,22 1,24 -0,06 0,25 0,38 -1,54  
 0,51 0,45 0,79 -0,08 1,77 1,22 0,16 0,23 2,37 0,54  
 0,53 0,61 -1,14 -1,00 0,56 -0,12 -0,44 -0,15 -0,06 1,27  
 -0,43 0,40 1,24 0,34 -0,12 0,03 -1,36 0,31 -0,12 -1,52  
 0,98 0,16 1,23 -1,42 -0,54 -0,28 0,47 0,07 0,65 -2,42  
 0,62 -0,29 0,60 -0,57 0,75 -0,54 -0,53 0,87 -0,29 -1,05  
 1,31 0,38 -0,18 -0,43 2,12 -0,06 0,28 0,12 -0,53 0,00

План

- Преобразовать исходную выборку в статистический группированный ряд
- Построить график эмпирических частот (многоугольник распределения)
- Выдвинуть гипотезу о нормальном законе распределения генеральной совокупности.
- Выдвинуть гипотезы об асимметрии и эксцессе кривой распределения.
- Вычислить теоретические (гипотетические) частоты для каждого интервала группированного ряда.
- Построить график теоретических частот
- Вычислить эмпирическое значение критерия согласия Пирсона (критерий  $\chi^2$ ).
- Проверить все выдвинутые гипотезы
- Составить сводную таблицу проверки гипотез и дать заключение по результатам анализа.

1. Преобразовать исходную выборку в статистический группированный ряд

$n=100$  - объем выборки;  
 $x_{\max}=2,37$  - максимальный элемент выборки;  
 $x_{\min}=-2,42$  - минимальный элемент выборки;  
 $R=4,79$  - размах выборки;  
 Примем  $k=10$  - число интервалов (групп).  
 Вычислим  $h=R/k=0,48$  - длина интервала (группы).

Статистический группированный ряд

| Номер интервала              | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7    | 8    | 9    | 10   |
|------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|------|------|
| Нижняя граница               | -2,43 | -1,95 | -1,47 | -0,99 | -0,51 | -0,03 | 0,45 | 0,93 | 1,41 | 1,89 |
| Верхняя граница              | -1,95 | -1,47 | -0,99 | -0,51 | -0,03 | 0,45  | 0,93 | 1,41 | 1,89 | 2,37 |
| Абсолютная частота           | 1     | 6     | 8     | 7     | 20    | 21    | 19   | 14   | 3    | 1    |
| Фиксация частот в интервалах |       |       |       |       |       |       |      |      |      |      |

I I I I  
 I I I I I  
 I I I I  
 I I I I  
 I I I I  
 I I I I I I I  
 I I I I  
 I I I I  
 I I I I I

### 1.1. Находим числовые характеристики

Для этого дополним таблицу серединами интервалов и относительными частотами.

Статистический группированный ряд,  
дополненный относительными частотами

| Номер интервала       | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7    | 8    | 9    | 10   |
|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|------|------|
| Нижняя граница        | -2,43 | -1,95 | -1,47 | -0,99 | -0,51 | -0,03 | 0,45 | 0,93 | 1,41 | 1,89 |
| Середина интервала    | -2,19 | -1,71 | -1,23 | -0,75 | -0,27 | 0,21  | 0,69 | 1,17 | 1,65 | 2,13 |
| Верхняя граница       | -1,95 | -1,47 | -0,99 | -0,51 | -0,03 | 0,45  | 0,93 | 1,41 | 1,89 | 2,37 |
| Абсолютная частота    | 1     | 6     | 8     | 7     | 20    | 21    | 19   | 14   | 3    | 1    |
| Относительная частота | 0,01  | 0,06  | 0,08  | 0,07  | 0,20  | 0,21  | 0,19 | 0,14 | 0,03 | 0,01 |

$$\bar{x} = (-2,19) \cdot 0,01 + (-1,71) \cdot 0,06 + (-1,23) \cdot 0,08 + (-0,75) \cdot 0,07 + (-0,27) \cdot 0,2 + 0,21 \cdot 0,21 + 0,69 \cdot 0,19 + 1,17 \cdot 0,14 + 1,65 \cdot 0,03 + 2,13 \cdot 0,01 = 0,0804$$

$$\bar{(x^2)} = (-2,19)^2 \cdot 0,01 + (-1,71)^2 \cdot 0,06 + (-1,23)^2 \cdot 0,08 + (-0,75)^2 \cdot 0,07 + (-0,27)^2 \cdot 0,2 + 0,21^2 \cdot 0,21 + 0,69^2 \cdot 0,19 + 1,17^2 \cdot 0,14 + 1,65^2 \cdot 0,03 + 2,13^2 \cdot 0,01 = 0,816804$$

$$\sigma_X = \sqrt{(\bar{(x^2)} - (\bar{x})^2) \cdot n / (n-1)} = \sqrt{(0,816804 - 0,0804^2) \cdot 100 / 99} = 0,904724$$

$$\bar{(x^3)} = (-2,19)^3 \cdot 0,01 + (-1,71)^3 \cdot 0,06 + (-1,23)^3 \cdot 0,08 + (-0,75)^3 \cdot 0,07 + (-0,27)^3 \cdot 0,2 + 0,21^3 \cdot 0,21 + 0,69^3 \cdot 0,19 + 1,17^3 \cdot 0,14 + 1,65^3 \cdot 0,03 + 2,13^3 \cdot 0,01 = -0,0673974$$

$$\bar{A} = (\bar{(x^3)} - 3 \bar{x} \bar{(x^2)} + 2 (\bar{x})^3) / \sigma_X^3 = -0,3556$$

$$\sigma_{\bar{A}} = \sqrt{6/n} = \sqrt{6/100} = 0,2449 - \text{оценка среднего квадратического отклонения асимметрии.}$$

$$\bar{(x^4)} = (-2,19)^4 \cdot 0,01 + (-1,71)^4 \cdot 0,06 + (-1,23)^4 \cdot 0,08 + (-0,75)^4 \cdot 0,07 + (-0,27)^4 \cdot 0,2 + 0,21^4 \cdot 0,21 + 0,69^4 \cdot 0,19 + 1,17^4 \cdot 0,14 + 1,65^4 \cdot 0,03 + 2,13^4 \cdot 0,01 = 1,683383$$

$$\bar{E} = (\bar{(x^4)} - 4 \bar{x} \bar{(x^3)} + 6 (\bar{x})^2 \bar{(x^2)} - 3 (\bar{x})^4) / \sigma_X^4 - 3 = -0,4080$$

$$\sigma_{\bar{E}} = \sqrt{24/n} = \sqrt{24/100} = 0,4899 - \text{оценка среднего квадратического отклонения эксцесса.}$$

### 2. Строим график эмпирических и теоретических частот (многоугольник распределения).

Дополним таблицу теоретическими частотами.

Теоретические частоты находим по формуле.

$$p(x) = h \cdot \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

$$a = \bar{x} = 0,0804$$

$$\sigma = \sigma_X = 0,904724$$

$$h = 0,48$$

x находится из строки таблицы "середина интервала"

-

*Эта часть работы выложена в ознакомительных целях. Если вы хотите получить работу полностью, то приобретите ее воспользовавшись формой заказа на странице с готовой работой:*

<https://stuservis.ru/kontrolnaya-rabota/325428>