Эта часть работы выложена в ознакомительных целях. Если вы хотите получить работу полностью, то приобретите ее воспользовавшись формой заказа на странице с готовой работой:
https://stuservis.ru/kursovaya-rabota/332865

Тип работы: Курсовая работа

Предмет: Математический анализ

Введение

В основе решения различных задач прежде всего лежит математическая модель. Именно математические модели содержат в себе уравнения, неравенства вместе с переменными и параметрами, над которыми и производятся различного рода математические операции. Уравнения и неравенства, как способ описания или отождествления различных процессов, может содержать необязательно одно неизвестное или один параметр. Данный фактор определяется, прежде всего, размерностью задачи. Причем, параметры и переменные математической модели далеко не всегда равноправны. То есть некоторые величины вносят существенный вклад в поведение модели и оказывает наиболее существенное воздействие на результат моделирования, другие же могут оказывать влияние на уровне погрешностей. В таких случаях уместно говорить о предельных переходах.

При этом различным математическим уравнениям, неравенствам можно ставить в соответствие и графическую интерпретацию. Фактически, поиск корней уравнения или неравенства сводится к нахождению искомых значений неизвестных x_1,x_2,…,x_n при заданных параметрах a_1,a_2,…,a_n,a_(n+1) для которых это уравнение/неравенство является истиной. Если же изобразить некую числовую плоскость и нанести на нее различные значения переменных x_i, то для данного значения переменной искомое уравнение или неравенство будет принимать какое-либо значение. При этом если же некоторое значение переменной x_i является корнем, выражение становится истинным. Нетрудно понять, что понятие "плоскость" легко трансформируется в понятие "пространство", подразумевая, что числовое соответствие может быть представлено 2D и 3D области.

При приобретении конкретной практической применимости эти понятия приобретают название система координат. На сегодняшний день известно множество систем координат, и наиболее употребимые: цилиндрическая, сферическая, реже тороидальная, но, пожалуй, самая используемая прямоугольная или декартовая. Причем пространство R^2 называется евклидовой плоскостью, а R^3 называется евклидовым пространством [1, стр. 214].

Все системы координат равноправны, но удобней вести рассуждения в рамках плоской (2D), если речь идет о функции одной переменной, прямоугольной системы координат, где вводятся простые понятия осей координат, которые являются взаимно перпендикулярными. То есть одна из осей направлена по горизонтали (пусть название данной оси x), а другая направлена вертикально (пусть название данной оси y).
При этом ось x будем называть осью абсцисс, а ось y – осью ординат. Зависимость значений y на соответствующей оси ординат от значений x на соответствующей оси абсцисс будем называть функцией (или функциональной зависимостью), если каждому значению x соответствует одно значение y [2, стр. 194].
В таком случае все множество значений x (аргументов) для данной функции называют областью определения функции, а соответствующие значения y называют областью значений функции [2, стр. 194].
При этом, если речь идет о функции многих переменных, то логично рассуждать о многомерном пространстве, размерность которой определяется количеством переменных. Ясно, что размерность выше трехмерного человеку представить сложно, поэтому дальнейшие рассуждения предполагается вести относительно 3D-пространства, для которого характерны 3 переменные: независимые переменные x,y и зависимая переменная $z=f(x,y)$.
Целью данного исследования является определение основных прикладных и теоретических областей применимости функции нескольких переменных.

Теоретическая часть

Понятие функции нескольких переменных

Понятие функция в математике означает взаимно обратное соответствие между множествами. Функция подразумевает наличие независимой переменной (пусть будет переменная x), а также зависимой переменной (пусть будет переменная y). Закон, по которому определяется соответствие между зависимой и независимой переменной называется функциональной зависимостью и математически может быть представлена в виде выражения:

$$y=f(x)$$

Однако зависимых переменных, оказывающих влияние на независимую переменную, может быть сколь угодно много. В таких случаях говорят о функции нескольких переменных. И тогда:

$$y=f(x_1,x_2,\dots,x_n)$$

Функция $y\in E$ (определенная вещественным множеством чисел) n переменных относит к упорядоченному множеству значений переменных $x_1,x_2,\dots,x_n\in D$ (также определенная вещественным множеством чисел).
Областью определения функции n переменных (то есть областью возможных для этой функции значений аргумента) называется множество $D=D(f)$, а множество $E=E(f)$ называется областью значения этой функции [2, стр. 194].
В дальнейшем, не умаляя общности будет подразумеваться рассмотрение функции двух переменных (ФДП). И тогда искомая функциональная зависимость будет определяться как:

$$z=f(x,y),$$

где z – функция двух переменных, а x,y – независимые переменные (аргументы) данной функции.
В большинстве приложений переменные x,y или $x_1,x_2,\dots,x_n,y$ обозначают физические объекты или величины, так что соответствующие соотношения описывают физические закономерности [3, стр. 98-99].
Например, $y=x_1 x_2$, если x_1,x_2 и y соответственно означают напряжений, силу тока и мощность в простом электрическом контуре.
Множество $\Gamma=\{(x,y,z)\in R^3;\ (x,y)\in D,z=f(x,y)\}$ называется графиком функции многих (двух) переменных $z=f(x,y)$.
То есть график функции $z=f(x,y)$ геометрически является некоторую поверхностью в 3D-пространстве R^3.
На рисунке показан пример трехмерной поверхности, которая определяется зависимостью $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$ (определенной в $D=\{(x,y);x^2+y^2\le 1\}$.

Рисунок 1.1. Пример графика функции двух переменных $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$

Графиком этой функции в пространстве декартовых координат является сфера единичного радиуса.

Предел и непрерывность функции нескольких переменных

Определение предела функции может быть записано в двух основных формулировках [1, стр. 222], [2, стр. 198].
Формулировка 1: Число A – это предел ФДП $z=f(x,y)$ в некоторой точке $M_0 (x_0,y_0)$, если для ∀

последовательности $\{M_n (x_n,y_n)\}_{n=1}^\infty$, которая сходится к точке $M_0 (x_0,y_0)$, соответствующая последовательность $\{f(x_n,y_n)\}_{n=1}^\infty$ значений этой функции сходится к искомому числу A.
Другими словами, из $n\to\infty$: $M_n\to M_0$, следует, что
$f(x_n,y_n)\to A$.
В данном случае принята запись:
$\lim_{x\to x_0, y\to y_0} f(x,y)=A$
Формулировка 2: Число A называется пределом ФДП $z=f(x,y)$ в точке $M_0 (x_0,y_0)$, если для $\forall\ \varepsilon>0\ \exists\ \delta(\varepsilon)>0$: $\forall$ x и y, которые удовлетворяют неравенству
$0 \sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2} \delta$,
выполняется следующее условие:
$|f(x,y)-A| \varepsilon$.
Здесь искомая точка $M(x,y)$ принадлежит δ-окрестности точки $M_0 (x_0,y_0)$ и не совпадает с ней.
Координаты точки $M(x,y)$ могут быть представлены в виде $x=x_0+\Delta x$, $y=y_0+\Delta y$. В таком случае предел можно записать в виде:
$\lim_{x\to x_0, y\to y_0} f(x_0+\Delta x,y_0+\Delta y)=A$
Подобным же образом формулируется понятие предела функции при стремлении точки к бесконечности [2, стр. 194].
При этом, если существует предел функции двух переменных в точке $M_0 (x_0,y_0)$ и равен значению $z_0 (x_0,y_0)$, то данная функция называется непрерывной в данной точке, и справедливо равенство:

1. Быкова О. Н., Колягин С. Ю., Кукушкин Б. Н. Практикум по математическому анализу. Учебное пособие, Изд-во «Прометей», Москва, 2011, 274 с.
2. Геворкян П. С. Высшая математика. Основы математического анализа., 2004, 240 с.
3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. Изд-во «Наука», Москва, 1973, 831 с.
4. Тимошенко С. П., Янг Д. Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. Изд-во «Машиностроение», 1985, 470 с.
5. Ершова А. Г., Левин М. Н. Математические модели теплопроводности в твердых телах. Методическое пособие к лабораторному практикуму по дисциплине «Численные методы». Киров, 2011, 70 с.
6. Бекман И. Н. Математика диффузии. Учебное пособие. Изд-во «Онтопринт», Москва, 399 с.
7. Матвеева Л. Д., Рудый А. Н. Математический анализ функции нескольких переменных. Курс лекций для студентов инженерно-технических и экономических специальностей. Минск, 2019, 70 с.

Эта часть работы выложена в ознакомительных целях. Если вы хотите получить работу полностью, то приобретите ее воспользовавшись формой заказа на странице с готовой работой:
https://stuservis.ru/kursovaya-rabota/332865