

Эта часть работы выложена в ознакомительных целях. Если вы хотите получить работу полностью, то приобретите ее воспользовавшись формой заказа на странице с готовой работой:

<https://stuservis.ru/kursovaya-rabota/380905>

Тип работы: Курсовая работа

Предмет: Математическое программирование (линейное, динамическое)

Введение 1

1 Теоретический обзор 3

1.1 Метод Адамса для решения ОДУ 6

1.2 Математическое описание метода Адамса 9

Выводы по главе 11

1.3 Постановка задачи 12

2 Алгоритмическое конструирование 13

2.1 Схема метода Адамса для решения ОДУ 13

2.2 Схема работы программного средства 15

Выводы по главе 16

3 Программное конструирование 17

4.1 Выбор языка программирования и среды разработки 17

5.1 Описание класса и методов программного средства 22

5.2 Описание программы 22

Выводы по главе 23

4 Тестирование программного средства 25

6.1 Результаты работы программы 25

Выводы по главе 26

Заключение 26

Перечень использованных информационных ресурсов 26

Приложение А Исходный код программного средства 28

Метод Адамса, известный также как метод Адамса-Башфорта, - это численный метод решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Он представляет собой разновидность явного метода аппроксимации решений ОДУ и особенно полезен для решения задач с начальными значениями.

История метода Адамса тесно связана с развитием численных методов решения ОДУ. Ниже приведен краткий обзор его истории:

Ранние методы решения ОДУ: До разработки метода Адамса математики и ученые использовали различные методы решения ОДУ, часто опираясь на ручные вычисления или числовые таблицы. Эти методы часто занимали много времени и были не очень точными.

Метод Эйлера: В XVIII веке Леонард Эйлер разработал один из самых ранних численных методов решения ОДУ, известный как метод Эйлера. Этот метод относительно прост, но не очень точен для некоторых типов ОДУ.

Метод Адамса-Башфорта: Метод Адамса-Башфорта был разработан Джоном Куинси Адамсом и Джоном Коучем Адамсом в середине XIX века. Метод Адамса-Башфорта представляет собой явный метод решения задач начального значения для обыкновенных дифференциальных уравнений. Он предполагает использование полиномиальных аппроксимаций для оценки значений функции на последующих временных шагах по предыдущим значениям. Метод Адамса-Башфорта относится к семейству предикторно-корректирующих методов, в которых на шаге предиктора оценивается решение на следующем временном шаге, а на шаге корректора эта оценка уточняется.

Дальнейшее развитие: В течение многих лет метод Адамса подвергался различным доработкам и усовершенствованиям, в результате чего появились различные порядки метода. Методы Адамса-Башфорта более высокого порядка обеспечивают более высокую точность, но требуют большего количества предыдущих временных шагов для расчета. Кроме того, метод Адамса-Моултона, родственное семейство методов, включает в себя неявные методы, которые в некоторых случаях могут быть более устойчивыми.

Современное применение: Методы Адамса, в том числе методы Адамса-Башфорта и Адамса-Моултона, широко используются в численном анализе и научных вычислениях для решения задач начального значения в ОДУ. Они часто используются в тех случаях, когда требуется высокий уровень точности и когда

вычислительные затраты не являются существенной проблемой.

Метод Адамса представляет собой важный шаг в развитии численных методов решения ОДУ и внес вклад в более широкую область численного анализа, позволив решать широкий круг научных и инженерных задач, связанных с ОДУ.

Рассматриваемый метод представляет собой разновидность явного метода аппроксимации решений ОДУ и особенно полезен для решения задач с начальными значениями.

История метода Адамса тесно связана с развитием численных методов решения ОДУ. Ниже приведен краткий обзор его истории.

Ранние методы решения ОДУ: До разработки метода Адамса математики и ученые использовали различные методы решения ОДУ, часто опираясь на ручные вычисления или числовые таблицы. Эти методы часто занимали много времени и были не очень точными.

Метод Эйлера: В XVIII веке Леонард Эйлер разработал один из самых ранних численных методов решения ОДУ, известный как метод Эйлера. Этот метод относительно прост, но не очень точен для некоторых типов ОДУ.

Метод Адамса-Башфорта: Метод Адамса-Башфорта был разработан Джоном Куинси Адамсом и Джоном Коучем Адамсом в середине XIX века. Метод Адамса-Башфорта представляет собой явный метод решения задач начального значения для обыкновенных дифференциальных уравнений. Он предполагает использование полиномиальных аппроксимаций для оценки значений функции на последующих временных шагах по предыдущим значениям. Метод Адамса-Башфорта относится к семейству предикторно-корректирующих методов, в которых на шаге предиктора оценивается решение на следующем временном шаге, а на шаге корректора эта оценка уточняется.

Метод Адамса часто противопоставляется другим численным методам для ОДУ, таким как метод Эйлера, методы Рунге-Кутты и обратный метод Эйлера. Приведем сравнение метода Адамса с этими методами:

Метод Эйлера:

Метод Адамса в целом более точен, чем метод Эйлера, особенно при решении ОДУ с быстро меняющимся поведением или жестких систем.

Метод Эйлера - это простой метод первого порядка, в то время как метод Адамса может быть более высокого порядка, что означает, что он быстрее сходится к решению.

Методы Рунге-Кутты:

Методы Рунге-Кутты часто оказываются более точными, чем метод Адамса, особенно когда требуется высокая точность.

Метод Адамса является неявным и использует информацию с прошлых временных шагов, в то время как методы Рунге-Кутты являются явными и используют информацию только с текущего временного шага. Это может сделать метод Адамса более подходящим для решения задач с неравномерными временными интервалами или в тех случаях, когда трудно оценить правую часть ОДУ в явном виде.

Обратный метод Эйлера:

И метод Адамса, и обратный метод Эйлера являются неявными методами. Однако метод Адамса, как правило, использует для аппроксимации большее количество шагов по времени в прошлом.

Метод обратного Эйлера безусловно устойчив, что делает его полезным для жестких ОДУ, но для обеспечения устойчивости он может потребовать меньшего размера шага по времени, чем метод Адамса.

Метод Адамса-Башфорта противопоставляется методу Адамса-Моултона:

Метод Адамса включает в себя как метод Адамса-Башфорта, так и метод Адамса-Моултона. Метод Адамса-Башфорта является явным и использует только прошлую информацию, в то время как метод Адамса-Моултона является неявным и использует как прошлую, так и будущую информацию.

Методы Адамса-Моултона обычно более точны, чем методы Адамса-Башфорта, и часто являются предпочтительными, когда требуется более высокая точность.

Таким образом, метод Адамса относится к классу неявных многошаговых методов решения ОДУ. Его выбор по сравнению с другими методами зависит от конкретных характеристик задачи ОДУ, таких как ее жесткость, требуемый уровень точности и характер временных интервалов. Хотя метод Адамса может быть менее точным, чем некоторые другие методы, он особенно полезен для решения задач с неравномерными временными шагами и для работы с жесткими ОДУ, где он может превосходить явные методы типа Рунге-Кутты.

Выбор того или иного метода зависит от конкретной задачи и предъявляемых к ней требований. Обсудим достоинства и недостатки методов Адамса по сравнению с другими решателями ОДУ.

Математическое описание метода Адамса

Универсальность: Методы Адамса универсальны и могут решать широкий круг задач ОДУ, включая жесткие и нежесткие системы. Это делает их пригодными для решения самых разных задач.

Эффективность для нежестких задач: Методы Адамса-Башфорта (явные) особенно эффективны для нежестких задач. Они используют предыдущие значения решения для аппроксимации производной на текущем временном шаге. Такой подход может привести к значительной экономии вычислений при решении нежестких задач.

Точность более высокого порядка: Методы Адамса могут достигать точности высокого порядка, что означает возможность получения более точного приближенного решения за меньшее количество шагов по времени по сравнению с методами низшего порядка.

Недостатки методов Адамса:

Жесткость: Методы Адамса-Башфорта могут оказаться неэффективными для жестких ОДУ. Жесткие ОДУ имеют быстро меняющиеся компоненты, для устойчивости которых требуются малые временные шаги, а методы Адамса-Башфорта являются явными, что делает их менее устойчивыми для таких задач. Напротив, неявные методы, такие как метод Адамса-Моултона, лучше подходят для жестких ОДУ.

Контроль ошибок: Методы Адамса по своей сути не содержат встроенных механизмов контроля ошибок, которые необходимы для адаптивного шага по времени. Другие методы, например, семейство Рунге-Кутты, часто содержат более эффективные средства оценки и контроля ошибок.

Начальные условия: Методы Адамса требуют наличия достаточного количества начальных условий. Если начальные условия недоступны или их трудно получить, то эти методы могут оказаться непригодными.

Оценка производной: Точность методов Адамса зависит от точности оценки производных. Если производные зашумлены или их трудно вычислить, это может повлиять на качество решения.

Таким образом, методы Адамса являются мощными инструментами для решения ОДУ, но их преимущество перед другими методами зависит от конкретных характеристик задачи. Для нежестких задач методы Адамса-Башфорта эффективны и могут давать точные решения.

Для жестких задач или задач с адаптивным шагом по времени предпочтительнее использовать другие методы, например, неявные методы (например, Адамса-Моултона) или методы Рунге-Кутты. Выбор метода должен основываться на анализе характера задачи и требований к ней.

В качестве примера рассмотрим следующую ОДУ первого порядка:

$$(\partial y(x))/\partial x = -2 \cdot x \quad (1)$$

с начальным условием $y(0) = 1$.

Метод Адамса является явным методом решения ОДУ. Он использует прошлые значения функции для оценки будущего значения. Формула метода Адамса-Башфорта второго порядка имеет вид:

$$y_{(n+2)} = y_{(n+1)} + (h/2) \cdot (3f(x_{(n+1)}, y_{(n+1)}) - f(x_n, y_n)) \quad (2)$$

Где:

$y_{(n+2)}$ - оценка решения в точке $x_{(n+2)}$

$y_{(n+1)}$ - известное решение в точке $x_{(n+1)}$

y_n - известное решение в точке x_n

$f(x, y)$ - производная функции, которая в данном случае равна $-2x$

h - размер шага

Решим данную ОДУ от $x = 0$ до $x = 2$ с шагом $h = 0,5$, используя метод Адамса-Башфорта.

Инициализируем:

$$x_0 = 0$$

$$y_0 = 1$$

$$h = 0,5$$

Вычислим y_1 , используя начальное условие и производную функции:

$$x_1 = x_0 + h = 0 + 0,5 = 0,5 \quad (3)$$

$$y_1 = y_0 + h \cdot f(x_0, y_0) = 1 + 0,5 \cdot (-2 \cdot 0) = 1 \quad (4)$$

Для расчета y_2 воспользуемся формулой Адамса-Башфорта:

$$x_2 = x_1 + h = 0,5 + 0,5 = 1 \quad (5)$$

$$y_2 = y_1 + (h/2) \cdot (3 \cdot f(x_1, y_1) - f(x_0, y_0)) \quad (6)$$

$$y_2 = 1 + (0,5/2) \cdot (3 \cdot (-2 \cdot 0,5) - (-2 \cdot 0)) = 1 + (0,25) \cdot (-3) = 0,25 \quad (7)$$

Повторим этот процесс до тех пор, пока не достигнем нужной конечной точки (в данном случае $x = 2$).

Вычислим y_3, y_4 и т.д., используя формулу Адамса-Башфорта и значения, полученные на предыдущих

шагах.

Приведем решение для y в различных точках:

$$y(0) = 1 \text{ (начальное условие)}$$

$$y(0.5) \approx 1$$

$$y(1) \approx 0.25$$

$$y(1.5) \approx -0.375$$

$$y(2) \approx -1.125$$

Это приближенное решение ОДУ методом Адамса-Башфорта с размером шага 0,5. Чем меньше размер шага, тем точнее будет решение.

Рассмотрим обыкновенное дифференциальное уравнение:

$$(\partial y(x))/\partial x = -2(x y(x))^2 \quad (8)$$

с начальным условием $y_0 = 1$.

Для численного решения этого уравнения воспользуемся методом Адамса-Башфорта.

Возьмем размер шага ($h = 0,1$) и вычислим значения (y) в различных точках по методу Адамса.

Чтобы применить метод Адамса-Башфорта, начнем с нахождения начальных значений с помощью другого численного метода, например метода Рунге-Кутты. Предположим, что мы имеем следующие начальные значения для (y) и (x) для размера шага ($h = 0,1$):

$$(x_0, y_0) = (0, 1)$$

$$(x_1, y_1) = (0.1, 0.8187)$$

$$(x_2, y_2) = (0.2, 0.6653)$$

$$(x_3, y_3) = (0.3, 0.5439)$$

Теперь, используя метод Адамса, мы можем найти значения (y) в последующих точках. Метод Адамса-Башфорта 4-го порядка имеет вид:

$$y_{(n+1)} = y_n + h/24 (55f_n - 59f_{(n-1)} + 37f_{(n-2)} - 9f_{(n-3)}) \quad (9)$$

Где f_n - значение производной в точке (x_n, y_n) .

Используя эту формулу, мы можем вычислить значения y в точке x_4 и далее.

Это упрощенный пример, иллюстрирующий работу метода Адамса. На практике для решения более сложных задач целесообразнее использовать встроенные численные решатели в языках программирования, такие как библиотека `scipy` в Python, решатели ОДУ в MATLAB или аналогичные инструменты.

1. Тутуева А. В. и др. Полуявные многошаговые методы Адамса-Башфорта-Мултона при решении жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. – 2021. – Т. 64. – №. 8. – С. 599-607
2. Мартынов, Д. О. Параллельный алгоритм многошагового метода Адамса / Д. О. Мартынов // Энергия-2019 : Материалы Четырнадцатой всероссийской (международной) научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. В 6-ти томах, Иваново, 02–04 апреля 2019 года. Том 5. – Иваново: Ивановский государственный энергетический университет им. В.И. Ленина, 2019. – С. 68
3. Дёмина А. Ю. и др. РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ КОМБИНИРОВАННОГО ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА РЕШЕНИЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ // МЕЖДУНАРОДНАЯ МОЛОДЁЖНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ " XV КОРОЛЁВСКИЕ ЧТЕНИЯ", ПОСВЯЩЁННАЯ 100-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ ДИ КОЗЛОВА. – 2019. – С. 41-43
4. Тутуева А. В., Родионова Е. А., Бутусов Д. Н. Конечно-разностные модели системы Тома на основе полунявных многошаговых методов интегрирования // Международная конференция по мягким вычислениям и измерениям. – Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет ЛЭТИ им. В.И. Ульянова (Ленина), 2020. – Т. 1. – С. 123-126.
5. Хьюнг З. Т. Т. Моделирование динамических систем многошаговыми методами // Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем. – 2020. – С. 313-316
6. Лыско А. В., Мирошникова Ю. Ф. Применение языка программирования Python для решения дифференциальных уравнений второго порядка // Редакционная коллегия: ВВ Климук (гл. ред.), ЮЕ Горбач, НИ Дегиль, АВ Прадун, АН Прудникова. – 2021. – С. 3
7. Ильичев В. Ю., Чухраев И. В. Использование библиотеки `Scipy` для языка Python с целью изучения

параметров затухающего гармонического осциллятора //E-Scio. – 2021. – №. 7 (58). – С. 301-310
8. Акишин Б. А. ОСОБЕННОСТИ РЕШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ В СРЕДЕ PYTHON //Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2019. – №. 49. – С. 49-52.

Эта часть работы выложена в ознакомительных целях. Если вы хотите получить работу полностью, то приобретите ее воспользовавшись формой заказа на странице с готовой работой:

<https://stuservis.ru/kursovaya-rabota/380905>