

Эта часть работы выложена в ознакомительных целях. Если вы хотите получить работу полностью, то приобретите ее воспользовавшись формой заказа на странице с готовой работой:

<https://studservis.ru/reshenie-zadach/402360>

Тип работы: Решение задач

Предмет: Математика

-

Изменить порядок интегрирования.

$$\int_2^1 dy \int_{-(2-y)}^0 f dx + \int_{-1}^0 dy \int_{(\sqrt[3]{y})}^0 f dx =$$

Решение

Выразим пределы интегрирования через x. Получим

$$\int_2^1 dy \int_{-(2-y)}^0 f dx + \int_{-1}^0 dy \int_{(\sqrt[3]{y})}^0 f dx =$$

$$= \int_1^0 dx \int_1^{(2-x)} f dx + \int_0^1 dy \int_{(x^3)}^1 f dx$$

Вычислить

$$a) \iint_D (4xy + 16x^3 y^3) dx dy, D: x = 1, y = x^3, y = -\sqrt[3]{x}.$$

Решение

Пределы интегрирования по x [0,1].

$$\iint_D (4xy + 16x^3 y^3) dx dy = \int_0^1 dx \int_{(-\sqrt[3]{x})}^{(x^3)} (4xy + 16x^3 y^3) dy =$$

$$= \int_0^1 dx (2xy^2 + 4x^3 y^4) \Big|_{(-\sqrt[3]{x})}^{(x^3)} =$$

$$= \int_0^1 dx (2x^7 + 4x^{15} - 2x^{(5/3)} - 4x^{(13/3)}) dx =$$

$$= (x^{8/4} + x^{16/4} - 3/4 x^{(8/3)} - 3/4 x^{(16/3)}) \Big|_{(1@0)} = -1.$$

$$6) \iint_D 3 y^2 \sin xy/2 dx dy, D: y = \sqrt{(4\pi/3)}, y = 2/3 x, x = 0.$$

Решение

$$\iint_D 3 y^2 \sin xy/2 dx dy = \int_0^{(\sqrt{(4\pi/3)})} dy \int_0^{(3/2 y)} 3 y^2 \sin xy/2 dx =$$

$$= \int_0^{(\sqrt{(4\pi/3)})} dy 3 y^2 2/y (-\cos[xy/2]) \Big|_{(3/2 y@0)}^{(3/2 y@0)} = \int_0^{(\sqrt{(4\pi/3)})} 6y (1 - \cos[3y^2/4]) dy =$$

$$= (3y^2 - 4 \sin[3y^2/4]) \Big|_{(0)}^{(\sqrt{(4\pi/3)})} = 4\pi + 0 = 4\pi.$$

Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$$a) y = 25/4 - x^2, y = x - 5/2.$$

Решение

Линии пересекаются при $x_1 = -7/2, x_2 = 5/2$.

Площадь фигуры равна

$$S = \int_{(-7/2)}^{(5/2)} [(25/4 - x^2 - x + 5/2)] dx = \int_{(-7/2)}^{(5/2)} (-x^2 - x + 35/4) dx =$$

$$= (-x^3/3 - x^2/2 + 35/4 x) \Big|_{(5/2@-7/2)} = 36.$$

$$6) x^2 - 2x + y^2 = 0, x^2 - 6x + y^2 = 0, y = 0, y = x.$$

Решение

Линия $x^2 - 2x + y^2 = 0$ представляет собой окружность радиуса 1 с центром в точке (1,0). Она пересекает линию $y = 0$ в точке (2,0), а линию $y = x$ в точке (1,1).

Линия $x^2 - 6x + y^2 = 0$ представляет собой окружность радиуса 3 с центром в точке (3,0). Она пересекает линию $y = 0$ в точке (6,0), а линию $y = x$ в точке (3,3).

Площадь фигуры определяется как сумма интегралов.

$$S = \int_1^2 [(x - \sqrt{(2x - x^2)})] dx + \int_2^3 [x] dx + \int_3^6 [-(6x - x^2)] dx =$$

$$= x^2/2 \Big|_{(2@1)} - \int_1^2 \sqrt{(2x - x^2)} dx + x^2/2 \Big|_{(3@2)} + \int_3^6 \sqrt{(6x - x^2)} dx =$$

$$= 4 - ((x-1)/2 \sqrt{(2x - x^2)} + 1/2 \arcsin(x-1)) \Big|_{(2@1)} +$$

$$+ ((x-3)/2 \sqrt{(6x - x^2)} + 9/2 \arcsin(x-3)/3) \Big|_{(6@3)} =$$

$$= 4 - \pi/4 + (9\pi)/4 = 4 + 2\pi.$$

<https://stuservis.ru/reshenie-zadach/402360>