

Эта часть работы выложена в ознакомительных целях. Если вы хотите получить работу полностью, то приобретите ее воспользовавшись формой заказа на странице с готовой работой:

<https://stuservis.ru/kontrolnaya-rabota/62040>

**Тип работы:** Контрольная работа

**Предмет:** Математические методы и моделирование

Семинар 1

Задача 1.1

Найдите стационарные состояния уравнений

$$dx/dt - \eta x^4 = \gamma x^2$$

$$dx/dt - rx = \delta x^2$$

$$dx/dt - Ax^3 = -Bx$$

Задача 1.2

Разложите функцию в ряд Тейлора в окрестности точки  $x_0$  до 4 порядка

$$f(x) = x^3 + 1, x_0 = 1$$

$$f(x) = e^{-x}, x_0 = 2$$

$$f(x) = \sqrt[3]{x}, x_0 = 1$$

Задача 1.3

Пусть  $dx/dt = f(x)$ . Определите по графику функции  $f(x)$  устойчивость всех стационарных состояний уравнения

Задача 1.4

Пусть  $dx/dt = f(x)$ . Найдите стационарные состояния уравнения и определите их тип устойчивости с помощью графика функции  $f(x)$

$$f(x) = x^4 - 6x^3 + 5x^2$$

$$f(x) = x^4 + x^3 - 6x^2$$

Задача 1.5

Пусть  $dx/dt = (x-1)(x^2 + bx + 1)$ . Постройте график зависимости величины стационарного значения переменной  $x$  от значений параметра  $b$ . Сколько стационарных состояний имеет уравнение при  $b \in (-\infty; +\infty)$ ?

Семинар 2

Задача 2.1

График функции, задающей скорость изменения численности микробной популяции, имеет вид:

1) Какое выражение будет описывать динамику роста культуры, если в начальный момент времени ее размер  $10^5$

2) Какова будет численность культуры через 1 час, если размер в начальный момент времени ее размер  $10^7$

Задача 2.2

Рост популяции описывается уравнением Ферхюльста. Емкость экологической ниши для нее равна 1000.

Постройте график динамики численности популяции, если известно, что начальная численность равна:

а) 10, б) 700, в) 1200

Скорость роста  $r = 0,5$ . Укажите координаты точки перегиба и асимптоты.

Задача 2.3

Рост популяции описывается уравнением, учитывающим нижнюю численности и внутривидовую конкуренцию:

$$dx/dt = x^2/(1+x) - dx - px^2$$

Определите величины верхней и нижней границы численности, если известно, что коэффициент

смертности равен 0,1, а внутривидовой конкуренции равен 0,4. Постройте графики динамики численности

популяций для начальных значений меньших нижней критической границы, лежащих в пределах между нижней и верхней границей, и превышающих верхнюю границу.

### Семинар 3

#### Задача 3.1

С помощью диаграммы Ламерея построить график динамики численности популяции, если зависимость  $N_{t+1}=f(N_t)$  имеет вид:

### Семинар 4

#### Задача 4.1

Определите тип особой точки системы линейных уравнений

$$\begin{cases} dx/dt = -3x + 2y \\ dy/dt = x - 4y \end{cases}$$

### Семинар 5,6

#### Задача 5.1

Постройте фазовый портрет для каждой из систем задачи 4.1 в окрестности стационарного состояния: а) отметьте стационарную точку на фазовой плоскости; б) постройте главные изоклины систем, изоклины  $\pm 45^\circ$ ; в) определите, под каким углом фазовые траектории должны пересекать оси координат фазовой плоскости; г) по изоклинам постройте эскиз фазового портрета, стрелкой укажите направление движения изображающей точки вдоль интегральных кривых при  $t \rightarrow \infty$ .

#### Задача 5.2

Для произвольной начальной точки на фазовом портрете задачи 5.1. постройте кинетический портрет.

$$\begin{cases} dx/dt = -3x + 2y \\ dy/dt = x - 4y \end{cases}$$

### Семинар 1

#### Задача 1.1

Найдите стационарные состояния уравнений

$$dx/dt - \eta x^4 = \gamma x^2$$

$$dx/dt - rx = \delta x^2$$

$$dx/dt - Ax^3 = -Bx$$

Решение

Уравнение 1:

$$dx/dt - \eta x^4 = \gamma x^2$$

$$dx/dt = \gamma x^2 + \eta x^4$$

В стационарном состоянии должно выполняться равенство:

$$dx/dt = 0$$

$$\gamma x^2 + \eta x^4 = 0$$

$$x^2 = 0, x^2 = -\gamma/\eta$$

$$x = 0, x = \pm \sqrt{-\gamma/\eta}$$

Уравнение 2:

$$dx/dt - rx = \delta x^2$$

$$dx/dt = \delta x^2 + rx$$

В стационарном состоянии должно выполняться равенство:

$$dx/dt = 0$$

$$\delta x^2 + rx = 0$$

$$x = 0, x = -r/\delta$$

Уравнение 3:

$$dx/dt - Ax^3 = -Bx$$

$$dx/dt = Ax^3 - Bx$$

В стационарном состоянии должно выполняться равенство:

$$dx/dt = 0$$

$$Ax^3 - Bx = 0$$

$$x = 0, Ax^2 = B$$

$$x = 0, x = \pm \sqrt{B/A}$$

### Задача 1.2

Разложите функцию в ряд Тейлора в окрестности точки  $x_0$  до 4 порядка

$$f(x)=x^3+1, x_0=1$$

$$f(x)=e^{-x}, x_0=2$$

$$f(x)=\sqrt[3]{x}, x_0=1$$

Решение

$$f(x)=x^3+1, x_0=1$$

$$f'(x_0)=3x_0^2=3$$

$$f''(x_0)=6x_0=6$$

$$f'''(x_0)=6=6$$

$$f^{IV}(x_0)=0$$

$$f(x)=2+3*(x-1)+3*(x-1)^2+(x-1)^3+o((x-1)^3)$$

$$f(x)=e^{-x}, x_0=2$$

$$f'=-e^{-2}$$

$$f''=e^{-2}$$

$$f'''=-e^{-2}$$

$$f^{IV}=e^{-2}$$

$$f(x)=e^{-2}-e^{-2}(x-2)+e^{-2}/2(x-2)^2-e^{-2}/6(x-2)^3+e^{-2}/24(x-2)^4+o((x-2)^4)$$

-

*Эта часть работы выложена в ознакомительных целях. Если вы хотите получить работу полностью, то приобретите ее воспользовавшись формой заказа на странице с готовой работой:*

<https://stuservis.ru/kontrolnaya-rabota/62040>