

Эта часть работы выложена в ознакомительных целях. Если вы хотите получить работу полностью, то приобретите ее воспользовавшись формой заказа на странице с готовой работой:

<https://stuservis.ru/diplomnaya-rabota/64030>

**Тип работы:** Дипломная работа

**Предмет:** Нет данных

Содержание

Введение 3

Глава 1. Теоретические аспекты исследования таблиц Юнга как варианта диаграмм 5

1.1. История создания и сущность диаграмм Юнга 5

1.2. Виды диаграмм Юнга 8

Выводы по первой главе 12

Глава 2. Применение таблиц Юнга в изучении теории групп 13

2.1. Понятие и виды таблиц Юнга 13

2.2. Сущность теории групп 16

2.3. Практическое применение таблиц Юнга в теории групп 21

Выводы по второй главе 24

Заключение 25

Список источников и литературы 27

Введение

Актуальность проблемы исследования связана с тем, что современные точные и естественные науки требуют постоянного совершенствования, что является следствием открытия новых явлений и закономерностей.

Для того, чтобы любая наука совершенствовалась, необходимо непрерывное развитие ее инструментария и методологии, ведь именно за счет упрощения решения научных задач часто многие исследования проводятся гораздо быстрее, что позволяет уже в скором времени применять их результаты в практической деятельности.

Таблицы и диаграммы Юнга, несмотря на свою относительную сложность, являются очень распространенным инструментом решения различных прикладных задач, в том числе и для проведения исследований в области изучения теории групп.

Степень разработанности темы исследования. В ходе проведения дипломного исследования было выяснено, что наблюдается выраженный недостаток научных трудов, которые посвящены таблицам Юнга и их применению в теории групп. Было выделено всего несколько авторов, на основе трудов которых можно провести научную работу в данной сфере, но полученные данные можно назвать неполными, что подтверждает актуальность и неразработанность данной темы.

Глава 1. Теоретические аспекты исследования таблиц Юнга как варианта диаграмм

1.1. История создания и сущность диаграмм Юнга

В 1900 году один из ученых Кембриджского университета в сфере математических наук Альфред Юнг предложил специфический тип представлений симметрических и полных линейных групп, который необходим для более эффективного изучения их свойств.

Тремя годами позднее ученый Георг Фробениус стал использовать этот тип представлений для того, чтобы изучать симметрические группы .

2

Впоследствии этот математический феномен упрочил свое место в научной сфере как диаграммы Юнга и стал очень популярным для проведения математических исследований и научной работы в других областях точных и даже естественных наук.

Многие математики XX и уже XXI столетия использовали диаграммы Юнга в своих теоретических и прикладных исследованиях .

Так, под термином «диаграмма Юнга», которая в случае использования точек вместо ячеек носит им Ферре, в математической науке понимается определенный конечный набор ячеек или клеток, которые выровнены по левой границе. В данном наборе длины строк образуют невозрастающую последовательность, что означает то обстоятельство, что

каждая строка имеет либо равную длину с предыдущей, либо является более короткой .

## 1.2. Виды диаграмм Юнга

Диаграммы Юнга находят многочисленные применения в комбинаторике, теории представлений и алгебраической геометрии. Были исследованы различные способы подсчета числа диаграмм, которые привели к определению и формулам для многочленов Шура .

Известно множество алгоритмов, выполняемых непосредственно на диаграммах, такие как jeu de taquin («игра в пятнашки») Шютценбергера и соответствие Робинсона – Шенстеда – Кнута.

Ласку и Шютценбергер изучили ассоциативное произведение на множестве полустандартных диаграмм Юнга, приводящее в итоге к структуре, известной как плактический моноид .

В теории представлений, стандартные таблицы Юнга размера  $k$  описывают базисы неприводимых представлений симметрической группы  $S_k$ .

Стандартный мономиальный базис в конечномерном неприводимом представлении полной линейной группы  $GL_n$  параметризуется множеством полустандартных таблиц Юнга фиксированной формы над алфавитом  $\{1, 2, \dots, n\}$  .

## Глава 2. Применение таблиц Юнга в изучении теории групп

### 2.1. Понятие и виды таблиц Юнга

Таблицы Юнга представляют собой широко известный (в узких кругах) тип объектов, изучаемых в комбинаторике и смежных науках.

Таблицы Юнга очень близки к пирамидам, и именно так они называются в трудах ряда исследователей .

Некоторые исследователи называют таблицу Юнга частично упорядоченной почти заполненной числовой матрицей. Частичное упорядочение означает, что каждый элемент такой матрицы не превышает значений своих верхних и левых «соседей» (при условии, что эти элементы имеют таких «соседей») .

В данном случае термин «почти заполненная» означает следующее: первые  $j$  строк матрицы (от нуля до  $(j-1)$ -го) полностью заполнены в таблице, первые  $l$  элементов заполнены в  $j$ -й строке, все остальные строки остаются пустыми.

Согласно определению, строки и столбцы таблицы Юнга располагаются в порядке убывания. В частности, самый большой элемент таблицы находится в ее верхнем левом углу. Однако расположение всех остальных элементов определено неясно .

Таким образом, таблицу Юнга можно рассматривать как матричный (табличный) аналог частично упорядоченных почти заполненных элементов, известных в мире как пирамиды.

### 2.2. Сущность теории групп

Теория групп – это раздел общей алгебры, который изучает алгебраические структуры, называемые группами, и их свойства. Группа является центральным понятием в общей

алгебре, поскольку многие важные алгебраические структуры, такие как кольца, поля, векторные пространства, являются группами с расширенным набором операций и аксиом. Группы возникают во всех областях математики, и методы теории групп оказывают сильное влияние на многие разделы алгебры .

В процессе разработки теории групп был создан мощный инструментарий, который во многом определил специфику общей алгебры в целом, сформирован собственный глоссарий, элементы которого активно заимствованы смежными разделами математики и прикладных математических наук. Наиболее развитые разделы теории групп – линейные алгебраические группы и группы Ли – стали самостоятельными разделами математики.

Различные физические системы, такие как кристаллы или атом водорода, имеют симметрии, которые могут моделироваться группами симметрии, таким образом, находя важные приложения теории групп и тесно связанной теории понятий в физике и химии . Одним из наиболее значительных математических достижений XX столетия стала полная классификация простых конечных групп – результат совместных усилий многих математиков, занимающих более 10 000 печатных страниц, основная часть которых была опубликована с 1960 по 1980 год.

### 2.3. Практическое применение таблиц Юнга в теории групп

Как уже было сказано ранее, таблицы Юнга применяются для решения множества прикладных задач, в том числе и для проведения математических исследований в сфере изучения теории групп.

В теории групп применяется формула крюков, которая непосредственно связана с таблицами Юнга.

Размерность неприводимого представления, которое отвечает разбиению числа симметрической группы всегда равно числу различных стандартных таблиц Юнга, которые соответствуют диаграмме разбиения .

Данное значение обычно подсчитывается согласно данным таблицы Юнга.

Под термином «длина крюка клетки», который используется для диаграммы формы в научной литературе, понимается сумма количества клеток в той же строке правее, количества клеток в том же столбце ниже. К данному значению прибавляется единица, которая обозначает, собственно, саму клетку .

Согласно алгоритму, заложенному в формуле крюков, размерность неприводимого представления всегда равна поделенному на произведение длин всех крюков диаграммы .

#### Заключение

Дипломная работа на тему: «Таблицы Юнга и их применение в теории групп» состоит из введения, двух глав, заключения, а также списка источников и литературы.

В ходе проведенной работы были сделаны следующие последовательные теоретические и практические выводы, соответствующие цели и задачам, поставленным в начале исследования.

Под термином «диаграмма Юнга», которая в случае использования точек вместо ячеек носит им Ферре, в математической науке понимается определенный конечный набор ячеек или клеток, которые выровнены по левой границе.

В данном наборе длины строк образуют невозрастающую последовательность, что означает то обстоятельство, что каждая строка имеет либо равную длину с предыдущей, либо является более короткой

В 1993 году Керов показал, что отклонения диаграмм от предельной формы удовлетворяют центральной предельной теореме. В 2000 году Бородин, Окуньков и Ольшанский нашли локальное предельное распределение границ «типичных» больших диаграмм Юнга.

#### Список источников и литературы

##### I. Книги, учебники

1. Абрамова И.Т. Теория групп и алгоритмы решения математических задач. – Воркута: Статут, 2015. – 490 с.
2. Алимов Ш.А., Колягин Ю.М., Ткачева М.В. Алгебра и начало математического анализа. 10–11 класс. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений. – М.: Просвещение, 2012. – 240 с.
3. Валентинова С.С., Куприянова А.В. Особенности современной практики применения таблиц и диаграмм Юнга в современных математических исследованиях. – Тверь: Зеркало, 2017. – 390 с.
4. Гавриков Л.М., Мелихов Д.С. Система алгоритмов для решения математических задач. Монография. – Саратов: Издательство Саратовского государственного университета им. Н.Г. Чернышевского, 2017. – 276 с.
5. Ерофеев М.Ф., Калиниченко Е.С. Таблицы Юнга. Проблемы и перспективы применения в прикладных науках. – Рязань: Педагогический совет, 2016. – 336 с.
6. Зубарева И.И., Мордкович А.Г. Математические модели в современной науке. – М.: Педагогика, 2013. – 128 с.
7. Зубарева И.И., Мордкович А.Г. Прикладная математика. – М.: Педагогика, 2014. – 136 с.
8. Иванова А.С., Романова Е.В. Принципы организации и проведения исследований в сфере математических наук: основные направления и проблемы. – Хабаровск: Статус Кво, 2013. – 186 с.

9. Логачева О.В. Таблицы Юнга как объект и инструмент научного исследования. – Нижний Новгород: Левый берег, 2015. – 288 с.
  10. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешкова К.И., Суворова С.Б. Алгебра: элементы статистики и теории вероятностей. 7-9 классы. – М.: Просвещение, 2015. – 156 с.
  11. Моруженкова А.В., Присыпкин Г.А., Смольянинова А.В. Применение таблиц Юнга в теории групп. – Челябинск: Сфера, 2015. – 388 с.
  12. Мордкович А.Г., Семенов П.В. События, вероятности, статистическая обработка данных. Алгебра 7–9 класс. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений. – М.: Мнемозина, 2008. – 160 с.
  13. Никольский С.М. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. Тематические тесты. Базовый и профильный уровень. – М.: Просвещение, 2018. – 200 с.
  14. Русакова М.М. Проблема организации математических исследований. Теория групп. – Тверь: ИД Пальмира, 2017. – 335 с.
  15. Терентьев Э.С., Попов И.Ю. Математические задачи. – Калининград: Янтарь, 2014. – 360 с.
  16. Чепрасов А.В., Кузнецова Т.М. Эффективность применения математических методов в исследовании теории групп. – Сыктывкар: Омега, 2015. – 560 с.
- II. Статьи и материалы научных конференций
17. Апонасенкова С.Г., Нечипоренко И.М., Федорцева Е.В. Применение диаграмм Юнга в современной комбинаторике: проблемы и перспективы алгоритмизации решения математических задач // Сборник статей Казанского государственного университета им. В.И. Ульянова-Ленина. – Казань: Издательство Казанского государственного университета им. В.И. Ульянова-Ленина, 2017. – С. 54–62
  18. Баландинова И. Модели и алгоритмы в математической науке // Математика. – 2016. – № 14. – С. 8–16
- 5
19. Карпущина С.С., Розанова Е.К., Щепоткина А.А. Принципы организации изучения диаграмм и таблиц Альфреда Юнга // Материалы международной научно-практической конференции «Актуальные вопросы преподавания математики на современном этапе развития среднего образования». – Калининград: Балтийский федеральный университет им. И. Канта, 2016. – С. 40–50
  20. Мирошникова С.С., Полежаева И.И. Диаграммы Юнга и их применение в научной работе: проблемы и перспективы исследовательской работы // Материалы научно-практической конференции «Актуальные проблемы изучения с проблем организации математического исследования». – Краснодар: Кубанский государственный университет, 2017. – С. 56–70
  21. Надырова С.М., Винокуров И.М., Маршалова О.Г. Принципы применения различных математических моделей и алгоритмов в теории групп // Сборник статей Ростовского государственного университета. Вып. 4. Математика и прикладные науки. – Р.-н.-Д.: Издательство Ростовского государственного университета, 2019. – С. 99–113
  22. Пилецкая С.В., Оноприенко А.В., Родионова Г.В. Опыт применения диаграмм Юнга при разработке принципов организации математического исследования // Материалы научно-практической конференции «Особенности формирования современных представлений о прикладной математике в России». – Саратов: Саратовский государственный университет, 2016. – С. 100–112
  23. Родионова Г.В., Ерошенко М.А., Анкудинова А.П. Исследование принципов решения математических задач посредством применения диаграмм Юнга // Материалы международной научно-практической конференции «Проблемы современной прикладной науки». – Красноярск: Красноярский государственный университет, 2015. – С. 114–125
  24. Селютин В.Д. К проблеме изучения теории групп в современной математической науке // Математика в школе. – 2003. – № 4. – С. 12–16
  25. Слуцкая А.П., Алексеева И.Т., Подольская Т.А. Проблема применения диаграмм Юнга в современных исследованиях в области прикладной математики // Материалы международной научно-практической конференции «Актуальные проблемы теоретической и прикладной науки». – СПб.: Невский институт экспертологии,

управления и дизайна, 2018. – С. 107–113

26. Соколовский С.С., Фомин П.В. Проблемы организации математических исследований. – Самара: ИД ВолгаМедиа, 2015. – 514 с.

27. Федоренко Г.М., Смыслова А.А., Финагентова О.Л. Структурные компоненты и виды диаграмм Юнга // Материалы научно-практической конференции «Современные проблемы обучения математике». – М.: Адамант, 2014. – С. 46–61

28. Феоктистов К.А., Баребышев А.И. Современные взгляды на решение задач с помощью применения диаграмм Юнга // Материалы научно-практической конференции «Современные перспективы и проблемы развития математического образования в России». – Самара: Самарский государственный университет, 2016. – С. 93–101

29. Филиппенко О.В., Томашевский К.Е., Хренникова Л.Д. Таблицы Юнга и теория групп // Вестник Новосибирского государственного университета. – 2016. – № 12. – С. 158–170

#### IV. Интернет-источники

30. Александров П.С. Введение в теорию групп // Интернет-библиотека МЦНМО. – [Электронный ресурс] <http://ilib.mcsme.ru/djvu/bib-kvant/groups.htm> (Дата обращения: 09.05.2019)

31. Савватеев А. Теория групп // Форани. Информационный портал. – [Электронный ресурс] <https://forany.xyz/a-531> (Дата обращения: 12.05.2019)

б

32. Смирнов Е.Ю. Диаграммы Юнга, плоские разбиения и знакопеременные матрицы // Хотес Дубна. – [Электронный ресурс] <https://docviewer.yandex.ru/view/4573044.ru> (Дата обращения: 11.05.2019)

33. Таблицы Юнга в задачах поиска и сортировки // Habr. Информационный портал. – [Электронный ресурс] <https://habr.com/ru/post/121800/> (Дата обращения: 11.05.2019)

34. Теория групп // Com New. История науки и техники. – [Электронный ресурс] [http://comnew.storyo.ru/text/sto\\_otkr/51.htm](http://comnew.storyo.ru/text/sto_otkr/51.htm) (Дата обращения: 08.05.2019)

35. Теория групп // Мир прекрасен. Информационно-развлекательный портал. – [Электронный ресурс] <http://mir-prekrasen.net/referat/4231-teoriya-grupp.html> (Дата обращения: 10.05.2019)

36. Фултон У. Таблицы Юнга и их приложения к теории представлений и геометрии // BookReader. Электронная библиотека. – [Электронный ресурс] <http://bookre.org/reader?file=440030&pg=2> (Дата обращения: 09.05.2019)

*Эта часть работы выложена в ознакомительных целях. Если вы хотите получить работу полностью, то приобретите ее воспользовавшись формой заказа на странице с готовой работой:*

<https://stuservis.ru/diplomnaya-rabota/64030>